درس گفتار

# دوره‌ی آشنایی مقدماتی با نظریه‌ی نسبیت عام انیشتین

ارائه کننده: دکتر فرهنگ لران

تهیه کننده: مریم اشرفی

جلسه‌ی ۴

# معادله‌ی اینشتین

## ❖ مفهوم میدان

میدان اسکالر به هر نقطه از فضا در هر لحظه از زمان، یک عدد نسبت می‌دهد. به عنوان مثال توزیع دمای اتاق، یک میدان اسکالر است. در هر لحظه از زمان، هر نقطه از اتاق یک دمای مشخص دارد. میدان اسکالر به انتخاب دستگاه مختصات بستگی ندارد. یعنی اگر دمای یک نقطه از اتاق از نظر یک ناظر، در یک لحظه از زمان ۳۰ درجه‌ی سانتی‌گراد باشد، از دید تمام ناظرهایی که نسبت به این ناظر چرخیده باشند یا با سرعت ثابت حرکت کنند نیز دمای این نقطه از اتاق برابر با ۳۰ درجه‌ی سانتی‌گراد است.

میدان برداری به هر نقطه از فضا در هر لحظه از زمان، یک بردار نسبت می‌دهد. جریان آب در رودخانه نمونه‌ای از یک میدان برداری است. به هر نقطه در بستر رودخانه یک بردار سرعت نسبت می‌دهیم که سرعت جریان آب در آن نقطه را در هر لحظه از زمان، مشخص می کند.

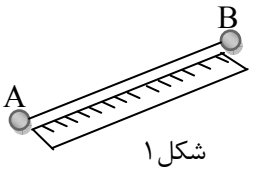
هر کمیت جهت‌دار بردار نیست. کمیت جهت‌داری که جهت آن مستقل از نحوه‌ی چرخیدن دستگاه مختصات باشد، بردار نامیده می‌شود. به عنوان مثال، اگر جهت سرعت آب در یک نقطه و در یک لحظه از زمان، در خلاف سرچشمه باشد از دید ناظرهای مختلف، با وجود اینکه مؤلفه‌های این بردار تغییر می‌کنند، جهت آن در خلاف سرچشمه است.

حال کمیتی مانند فشار را درنظر بگیرید. فشار کمیتی است که تابع مکان و زمان است. مقدار فشار در یک نقطه به جهتی که در آن فشار سنجیده می‌شود بستگی دارد. فشار یک میدان تانسوری است. میدان تانسوری به هر نقطه از فضا در هر لحظه از زمان یک تانسور نسبت می‌دهد. در نسبیت عام چگالی ماده و انرژی را با یک تانسور به نام، تانسور تکانه-انرژی توصیف می‌کنند.

## ❖ متریک

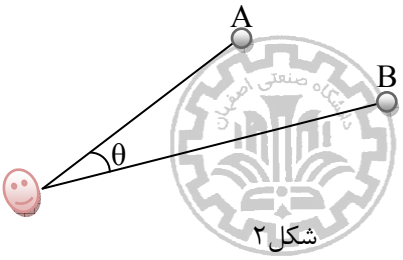
برای اندازه‌گیری فاصله‌ی میان دو نقطه به یک ابزار سنجش نیاز داریم، این ابزار سنجش متریک نامیده می‌شود. متریک لزوماً به تنهایی ساختار فضا-زمان را تعیین نمی‌کند. به منظور درک بهتر این مسئله، مثال زیر را درنظر بگیرید.

دو نقطه‌ی A و B را درنظر بگیرید، یکی از راه‌های اندازه‌گیری فاصله‌ی میان این دو نقطه این است که یک خط راست میان این دو نقطه رسم کنیم و با یک خط‌کش فاصله‌ی میان این دو را اندازه بگیریم (شکل۱).



شکل۱

روش دیگرِ اندازه‌گیری فاصله‌ی میان دو نقطه، اندازه‌گیری زاویه‌ی دید و فاصله هرکدام از این نقاط نسبت به مشاهده‌گر است(شکل۲).



شکل۲

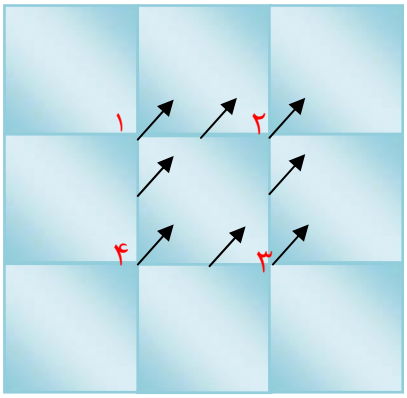
در روش اول، فاصله‌ی میان نقاط در دستگاه دکارتی و در روش دوم در دستگاه قطبی-کروی اندازه‌گیری می‌شود. نکته‌ی مهم در این‌جا این است که در هر دو روش بر اصل توازی توافق وجود دارد. یعنی اگر دو خط در دستگاه دکارتی موازی باشند، در دستگاه قطبی کروی نیز این دو خط موازی هستند. بدین‌ترتیب، موازی بودن دو خط به انتخاب متر وابسته نیست.

## ❖ انتقال موازی

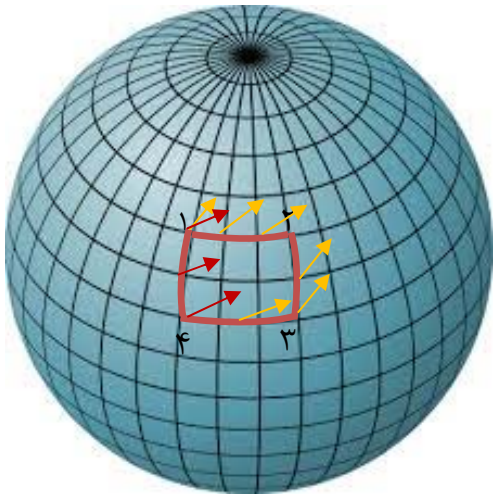
در فضای تخت برای جمع کردن دو بردار، ابتدا با انتقال موازی، یکی از بردارها را به محل بردار دیگر برده و سپس با به‌کارگیری قاعده‌ی متوازی‌الاضلاع این دو بردار را با هم جمع می‌کنیم. منظور از انتقال موازی این است که یک خط راست میان دو بردار رسم کرده سپس یکی از بردارها را به گونه‌ای به محل بردار دیگر می‌بریم که زاویه‌ی این بردار با خط راست تغییر نکند(شکل۳).

شکل۳

حال مفهوم انتقال موازی را به فضای خمیده تعمیم می‌دهیم. در فضای خمیده ابتدا کوتاه‌ترین فاصله‌ی میان دو نقطه را رسم می‌کنیم(خط راست)، سپس مانند فضای تخت، بردار را به گونه‌ای انتقال می‌دهیم که زاویه‌ی بردار با خط راست تغییر نکند. به عنوان مثال یک کره‌ی دو بعدی درنظر بگیرید. بردار A را ابتدا با رسم دایره‌ی عظیمه(کوتاه‌ترین فاصله‌ی میان دو نقطه روی کره) از نقطه‌ی ۱ به صورت موازی به نقطه‌ی ۲ انتقال می‌دهیم. سپس بردار A را به صورت موازی به نقطه‌ی ۳ و سپس از نقطه‌ی ۳ به نقطه‌ی ۴ منتقل می‌کنیم. در پایان، بردار را به محل اولیه‌ی آن انتقال می‌دهیم(شکل۴-الف). با انتقال بردار A را به محل اولیه‌ی آن، جهت بردار تغییر می‌کند. دلیل این Aتغییر خم بودن سطح کره است. در حالی که اگر در فضای تخت بردار را مطابق شکل(۴-ب)، روی مربع (۱۲۳۴)، انتقال موازی دهیم و آن را به مکان اولیه‌اش برگردانیم جهت آن تغییر نمی‌کند.




ب




الف

شکل۴

## ❖ معادله‌ی اینشتین

معادله‌ی اینشتین ارتباط میان خمش فضا با توزیع ماده و انرژی در فضا را مشخص می‌کند. با توجه به معادله‌ی اینشتین، در صورتی که ماده و انرژی در ناحیه‌ای از فضا وجود نداشته باشد ، خمش فضا در آن ناحیه صفر است.

*برای فضای تهی از ماده و انرژی، یکی از جواب‌های معادله‌ی اینشتین، فضای تخت مینکوفسکی[1] است.*

در صورتی که در ناحیه‌ای از فضا ماده و انرژی داشته باشیم، در آن ناحیه خمش فضا، مخالف صفر است. یعنی اگر در این ناحیه، یک بردار را روی یک مربع بی‌نهایت کوچک منتقل کنیم، هنگامی که بردار به محل اولیه‌اش برمی‌گردد، جهت آن تغییر می‌کند.



[1] Minkowski